Procedimento di verifica delle piastre

I programmi F.E.M. valutano per ogni elemento mesh i valori di sollecitazione sui quattro estremi ed eseguono la verifica dei valori massimi nodali.
La verifica tensionale eseguita dal software prescinde dall'accuratezza della mesh, infatti opera sempre su una sezione trasversale unitaria di larghezza pari a $100\,[cm]$ e spessore pari a $s\,[cm]$.

I valori statici che entrano in gioco sono perciò:

- Momento d'inerzia: $J = \dfrac{100 \cdot s^3}{12}$

- Modulo di resistenza: $W = \dfrac{2 \cdot J}{s}$

- Area di taglio: $A_v = 100 \cdot s$

Il tensore delle tensioni risulta pertanto:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [M_{11}/W] & [M_{12}/W] & [V_{13}/A_v] \\ [M_{12}/W] & [M_{22}/W] & [V_{23}/A_v] \\ [V_{13}/A_v] & [V_{23}/A_v] & 0 \end{bmatrix}$$

O altresì in termini di tensioni principali operando una trasformazione $\mathbf{\Delta} = \mathbf{R}\mathbf{T}\mathbf{R}^T$:

$$\Delta = \begin{bmatrix} S_{\max} & 0 & 0 \\ 0 & S_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\arctan\left[\frac{-2 \cdot S_{12}}{S_{11} - S_{22}}\right] \qquad \text{con} \qquad |S_{11}| > |S_{22}|$$

La tensione massima alla Von Mieses, in termini di tensioni principali risulta per tanto:

$$\boxed{S_{V.M.} = \sqrt{S_{\max}^2 + S_{\min}^2 - (S_{\max} \cdot S_{\min})}}$$

Il valore massimo del taglio risulta invece:

$$\boxed{S_{\max,Avg} = \frac{V_{\max}}{A_v}}$$

Nel caso in cui la piastra sia soggetta a stati tensionali anche di tipo membranale oltre che flessionale le formule precedentemente esposte assumono la seguente forma:

$$S_{11} = \frac{F_{11}}{100 \cdot s_m} \pm \frac{12 \cdot M_{11}}{100 \cdot s_b^3} \cdot \frac{s_b}{2}$$

$$S_{22} = \frac{F_{22}}{100 \cdot s_m} \pm \frac{12 \cdot M_{22}}{100 \cdot s_b^3} \cdot \frac{s_b}{2}$$

$$S_{12} = \frac{F_{12}}{100 \cdot s_m} \pm \frac{12 \cdot M_{12}}{100 \cdot s_b^3} \cdot \frac{s_b}{2}$$

$$S_{13} = \frac{V_{13}}{100 \cdot s_b}$$

$$S_{23} = \frac{V_{23}}{100 \cdot s_b}$$

$$S_{33} = 0$$

Dove:

s_m spessore associato allo stato membranale "membrane"
s_b spessore associato allo stato flessionale "bending"

Generalmente $s_m = s_b$.

Massimo sforzo di taglio: $\boxed{S_{\max,Avg} = \frac{V_{\max}}{A_v}}$

Massimo sforzo principale: $\boxed{S_{\max} = \frac{S_{11}+S_{22}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(S_{11}-S_{22})^2 + 4 \cdot S_{12}^2}}$

Minimo sforzo principale: $\boxed{S_{\min} = \frac{S_{11}+S_{22}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(S_{11}-S_{22})^2 + 4 \cdot S_{12}^2}}$

Massimo sforzo alla Von Mieses: $\boxed{S_{V.M.} = \sqrt{S_{\max}^2 + S_{\min}^2 - (S_{\max} \cdot S_{\min})}}$